

**Спецификация  
экзаменационных материалов для проведения в 2019 году  
государственного выпускного экзамена по МАТЕМАТИКЕ  
(письменная форма)  
для обучающихся по образовательным программам  
СРЕДНЕГО общего образования**

**1. Назначение экзаменационной работы**

Государственный выпускной экзамен для обучающихся по образовательным программам среднего общего образования (далее – ГВЭ-11) проводится в соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования, утверждённым приказом Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512 (зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018, регистрационный № 52952).

Экзаменационные материалы позволяют установить уровень освоения выпускниками федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике, базовый уровень.

**2. Документы, определяющие содержание экзаменационной работы**

Содержание экзаменационных материалов ГВЭ-11 в письменной форме составлено на основе федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике (базовый уровень) (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

**3. Виды экзаменационной работы ГВЭ-11 по математике (письменная форма)**

Письменный экзамен ГВЭ-11 по математике проводится в нескольких форматах в целях учёта возможностей разных категорий его участников: участников без ОВЗ и участников с ОВЗ.

**1. Экзаменационные материалы с 100-ми номерами вариантов** – участники ГВЭ-11 без ОВЗ и с ОВЗ (за исключением участников ГИА с задержкой психического развития, обучающихся по адаптированным основным образовательным программам).

**2. Экзаменационные материалы с 200-ми номерами вариантов** – участники ГВЭ с задержкой психического развития, обучающиеся по адаптированным основным образовательным программам.

**3. Экзаменационные материалы с 300-ми номерами вариантов** – слепые, слабовидящие и поздноослепшие обучающиеся, владеющие

шрифтом Брайля. Экзаменационные материалы аналогичны материалам с 100-ми номерами вариантов, но в текстах заданий сведены к минимуму визуальные образы.

**Описание экзаменационной работы с 100-ми и 300-ми номерами вариантов****3. Структура и содержание экзаменационной работы**

Каждый вариант экзаменационной работы содержит 12 заданий, из которых 10 заданий с кратким ответом, в которых необходимо записать ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр, и 2 задания с развёрнутым ответом.

Задания 1–10 с кратким ответом группируются исходя из тематической принадлежности заданий: алгебра, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа, геометрия (планиметрия и стереометрия).

Задания 11 и 12 с развёрнутым ответом проверяют освоение математики на повышенном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности.

В экзаменационной работе контролируются элементы содержания из следующих курсов математики:

1. *Математика*. 5–6-е классы;
2. *Алгебра*. 7–9-е классы;
3. *Алгебра и начала математического анализа*. 10–11-е классы;
4. *Планиметрия*. 7–9-е классы;
5. *Стереометрия*. 10–11-е классы;
6. *Вероятность и статистика*. 7–9-е классы.

В таблице 1 приведено распределение заданий по основным содержательным разделам.

*Таблица 1. Распределение заданий по основным содержательным разделам (темам) курса математики*

| Содержательные разделы         | Количество заданий |
|--------------------------------|--------------------|
| Алгебра                        | 5                  |
| Уравнения и неравенства        | 2                  |
| Функции                        | 1                  |
| Начала математического анализа | 1                  |
| Геометрия                      | 3                  |
| Итого                          | 12                 |

Экзаменационная работа проверяет освоение выпускниками наиболее важных умений, формируемых при изучении курса математики:

- уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице 2 приведено распределение заданий по видам умений и способам действий. Некоторые задания проверяют освоение нескольких видов умений и способов действий.

Таблица 2. Распределение заданий по видам умений и способам действий

| Проверяемые виды умений и способов действий   | Количество заданий |
|---|--------------------|
| Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 5                  |
| Уметь выполнять вычисления и преобразования   | 6                  |
| Уметь решать уравнения и неравенства  | 3                  |
| Уметь выполнять действия с функциями  | 1                  |
| Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами                     | 2                  |
| Уметь строить и исследовать математические модели   | 1                  |

В экзаменационной работе представлены задания базового и повышенного уровней сложности. К заданиям базового уровня относится 9 заданий с кратким ответом. Эти задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях. К заданиям повышенного уровня относится 3 задания. В таблице 3 представлено распределение заданий по уровням сложности.

Таблица 3. Распределение заданий по уровням сложности

| Уровень сложности заданий | Количество заданий | Максимальный балл | Процент максимального балла за задания данного уровня сложности от максимального балла за всю работу, равного 14 |
|---------------------------|--------------------|-------------------|--|
| Базовый                   | 9                  | 9                 | 64   |
| Повышенный                | 3                  | 5                 | 36   |
| Итого                     | 12                 | 14                | 100  |

#### 4. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Каждое из заданий 1–10 с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с верным ответом. Задания 11 и 12 оцениваются 2 баллами, если верно выполнены оба пункта задания; 1 баллом, если верно выполнен один пункт задания, и 0 баллов в других случаях.

Задание с развёрнутым ответом оценивается экспертом с учётом правильности и полноты ответа. Максимальный первичный балл за задание с развёрнутым ответом — 2. К заданию приводится подробная инструкция для экспертов, в которой указывается, за что выставляется каждый балл — от нуля до максимального балла. В экзаменационном варианте перед каждым типом задания предлагается инструкция, в которой приведены общие требования к оформлению ответов.

Максимальный балл за всю работу — 14.

Рекомендуется следующая шкала перевода суммы первичных баллов в пятибалльную систему оценивания.

#### Шкала пересчёта первичного балла за выполнение экзаменационной работы в отметку по пятибалльной шкале

| Отметка по пятибалльной шкале | «2» | «3» | «4» | «5»   |
|-------------------------------|-----|-----|-----|-------|
| Общий балл                    | 0–3 | 4–6 | 7–9 | 10–14 |

#### 5. Продолжительность экзаменационной работы

На выполнение экзаменационной работы по математике предоставляется 3 часа 55 минут (235 минут).

#### 6. Дополнительные материалы и оборудование

При проведении ГВЭ-11 в письменной форме используется: линейка, не содержащая справочной информации; справочные материалы, содержащие основные формулы курса математики образовательной программы основного общего и среднего общего образования.

Перечень средств обучения и воспитания, использование которых разрешено при проведении ГВЭ-11, утверждается приказом Минпросвещения России и Рособнадзора.

#### 7. Изменения в экзаменационных материалах 2019 года по сравнению с 2018 годом.

Изменения в структуре и содержании экзаменационных материалов в 2019 году отсутствуют.

В Приложении приведён обобщённый план экзаменационной работы.

**Обобщённый план варианта экзаменационной работы ГВЭ-11  
по математике  
(100-е и 300-е номера вариантов)**

Уровни сложности задания: Б – базовый (примерный уровень выполнения – 60–90%); П – повышенный (20–60%).

| №  | Проверяемые требования (умения)   | Коды проверяемых требований (по КТ) | Коды проверяемых элементов содержания (по КЭС) | Уровень сложности задания | Максимальный балл за выполнение задания |
|----|---|-------------------------------------|--|---------------------------|---|
| 1  | Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.1                                 | 1.4.1  | Б                         | 1                                       |
| 2  | Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.3                                 | 1.1.3  | Б                         | 1                                       |
| 3  | Уметь решать уравнения и неравенства  | 2.1                                 | 2.1.1–2.1.6                                    | Б                         | 1                                       |
| 4  | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 5.4                                 | 6.3.1  | Б                         | 1                                       |
| 5  | Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.2, 3.1                            | 6.2.1, 3.1.3                                   | Б                         | 1                                       |
| 6  | Уметь выполнять вычисления и преобразования   | 1.1                                 | 1.1–1.4  | Б                         | 1                                       |
| 7  | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами   | 4.1                                 | 5.1.1–5.1.5, 5.5.1, 5.5.3, 5.5.5               | Б                         | 1                                       |
| 8  | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 4.1, 5.2                            | 5.1.1–5.1.3, 5.5.1, 5.5.3, 5.5.5               | Б                         | 1                                       |
| 9  | Уметь выполнять действия с функциями  | 3.1–3.3                             | 4.1–4.3  | Б                         | 1                                       |
| 10 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 5.1                                 | 2.1, 2.2                                       | П                         | 1                                       |
| 11 | Уметь решать уравнения и неравенства  | 2.1–2.3                             | 2.1, 2.2                                       | П                         | 2                                       |
| 12 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами                     | 4.2, 4.3, 5.2, 5.3                  | 5.2–5.6  | П                         | 2                                       |

| №  | Проверяемые требования (умения) | Коды проверяемых требований (по КТ) | Коды проверяемых элементов содержания (по КЭС) | Уровень сложности задания | Максимальный балл за выполнение задания |
|--|---------------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------|---|
| <p>Всего заданий – <b>12</b>; из них по типу заданий: с записью краткого ответа – <b>10</b>; с развернутым ответом – <b>2</b>;<br/>по уровню сложности: Б – <b>9</b>; П – <b>3</b>.<br/>Максимальный балл – <b>14</b>.<br/>Общее время выполнения работы – <b>235 минут</b>.</p> |                                 |                                     |  |                           |   |

**Описание экзаменационной работы с 200-ми номерами вариантов**

**3. Структура и содержание экзаменационной работы**

Каждый вариант экзаменационной работы (200-е номера вариантов) содержит 10 заданий с кратким ответом, в которых необходимо записать ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр.

Задания 1–10 с кратким ответом группируются исходя из тематической принадлежности заданий: алгебра, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа, геометрия (планиметрия и стереометрия).

В экзаменационной работе контролируются элементы содержания из следующих курсов математики:

1. Математика. 5–6-е классы;
2. Алгебра. 7–9-е классы;
3. Алгебра и начала математического анализа. 10–11-е классы;
4. Планиметрия. 7–9-е классы;
5. Стереометрия. 10–11 классы;
6. Вероятность и статистика. 7–9-е классы.

В таблице 1 приведено распределение заданий по основным содержательным разделам.

Таблица 1. Распределение заданий по основным содержательным разделам (темам) курса математики

| Содержательные разделы         | Количество заданий |
|--------------------------------|--------------------|
| Алгебра                        | 5                  |
| Уравнения и неравенства        | 1                  |
| Функции                        | 1                  |
| Начала математического анализа | 1                  |
| Геометрия                      | 2                  |
| Итого                          | 10                 |

Экзаменационная работа проверяет освоение наиболее важных умений, формируемых при изучении курса математики:

уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;

уметь выполнять вычисления и преобразования;

уметь решать уравнения и неравенства;

уметь выполнять действия с функциями;

уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;

уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице 2 приведено распределение заданий по видам умений и способам действий. Некоторые задания проверяют освоение нескольких видов умений.

Таблица 2. Распределение заданий по видам умений и способам действий

| Проверяемые виды умений и способы действий  | Количество заданий |
|---|--------------------|
| Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 5                  |
| Уметь выполнять вычисления и преобразования   | 6                  |
| Уметь решать уравнения и неравенства  | 2                  |
| Уметь выполнять действия с функциями  | 1                  |
| Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами                     | 1                  |
| Уметь строить и исследовать математические модели   | 1                  |

В экзаменационной работе представлены задания базового уровня сложности. Эти задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

#### 4. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Каждое из заданий 1–10 с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с верным ответом.

Максимальный балл за всю работу — 10.

Рекомендуется следующая шкала перевода суммы первичных баллов в пятибалльную систему оценивания.

#### Шкала пересчёта первичного балла за выполнение экзаменационной работы в отметку по пятибалльной шкале

| Отметка по пятибалльной шкале | «2» | «3» | «4» | «5»  |
|-------------------------------|-----|-----|-----|------|
| Общий балл                    | 0–2 | 3–5 | 6–8 | 9–10 |

#### 5. Продолжительность экзаменационной работы

На выполнение экзаменационной работы по математике предоставляется 3 часа 55 минут (235 минут).

#### 6. Дополнительные материалы и оборудование

При проведении ГВЭ-11 в письменной форме используется: линейка, не содержащая справочной информации; справочные материалы, содержащие основные формулы курса математики образовательной программы основного общего и среднего общего образования.

Перечень средств обучения и воспитания, использование которых разрешено при проведении ГВЭ-11, утверждается приказом Минпросвещения России и Рособнадзора.

#### 7. Изменения в экзаменационных материалах 2019 года по сравнению с 2018 годом.

Изменения в структуре и содержании экзаменационных материалов в 2019 году отсутствуют.

В Приложении приведён обобщённый план экзаменационной работы.

**Обобщённый план варианта экзаменационной работы ГВЭ-11  
по математике  
(200-е номера вариантов)**

Уровень сложности задания – Б – базовый (примерный уровень выполнения – 60–90%)

| №  | Проверяемые требования (умения)   | Коды проверяемых требований (по КТ) | Коды проверяемых элементов содержания (по КЭС) | Уровень сложности задания | Максимальный балл за выполнение задания |
|----|---|-------------------------------------|--|---------------------------|---|
| 1  | Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.1                                 | 1.4.1  | Б                         | 1                                       |
| 2  | Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.3                                 | 1.1.3  | Б                         | 1                                       |
| 3  | Уметь решать уравнения и неравенства  | 2.1                                 | 2.1.1–2.1.6                                    | Б                         | 1                                       |
| 4  | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 5.4                                 | 6.3.1  | Б                         | 1                                       |
| 5  | Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.2, 3.1                            | 6.2.1, 3.1.3                                   | Б                         | 1                                       |
| 6  | Уметь выполнять вычисления и преобразования   | 1.1                                 | 1.1–1.4  | Б                         | 1                                       |
| 7  | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами   | 4.1                                 | 5.1.1–5.1.5,<br>5.5.1, 5.5.3,<br>5.5.5         | Б                         | 1                                       |
| 8  | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 4.1, 5.2                            | 5.1.1–5.1.3,<br>5.5.1, 5.5.3,<br>5.5.5         | Б                         | 1                                       |
| 9  | Уметь выполнять действия с функциями  | 3.1–3.3                             | 4.1–4.3  | Б                         | 1                                       |
| 10 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 5.1                                 | 2.1, 2.2                                       | Б                         | 1                                       |

| №   | Проверяемые требования (умения) | Коды проверяемых требований (по КТ) | Коды проверяемых элементов содержания (по КЭС) | Уровень сложности задания | Максимальный балл за выполнение задания |
|---|---------------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------|---|
| <p>Всего заданий – <b>10</b>; из них по типу заданий: с записью краткого ответа – <b>10</b>; по уровню сложности: Б – <b>10</b>.<br/>Максимальный балл – <b>10</b>.<br/>Общее время выполнения работы – <b>235 минут</b>.</p> |                                 |                                     |  |                           |   |

**Образец экзаменационного материала  
ГВЭ-11 (письменная форма) 2019 года по МАТЕМАТИКЕ  
(100-е номера вариантов)**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа включает в себя 12 заданий. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Часть 1**

*Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 8 недель?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Налог на доходы физических лиц в России составляет 13% заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 20 000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты этого налога?

Ответ: \_\_\_\_\_.

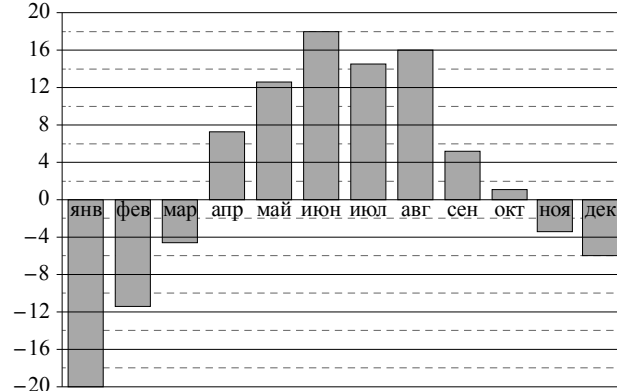
- 3** Найдите корень уравнения  $2 + 9x = 4x + 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Китая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Китая.

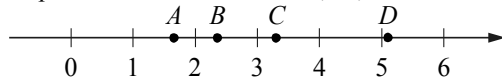
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указаны месяцы; по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 На координатной прямой отмечены точки  $A, B, C$  и  $D$ .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

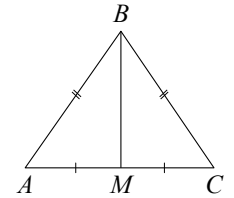
| ТОЧКИ | ЧИСЛА            |
|-------|------------------|
| $A$   | 1) $\log_2 10$   |
| $B$   | 2) $\frac{7}{3}$ |
| $C$   | 3) $\sqrt{26}$   |
| $D$   | 4) $0,6^{-1}$    |

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий числу номер.

Ответ:

| $A$ | $B$ | $C$ | $D$ |
|-----|-----|-----|-----|
|     |     |     |     |

- 7 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC = 25$ ,  $AC = 14$ . Найдите длину медианы  $BM$ .

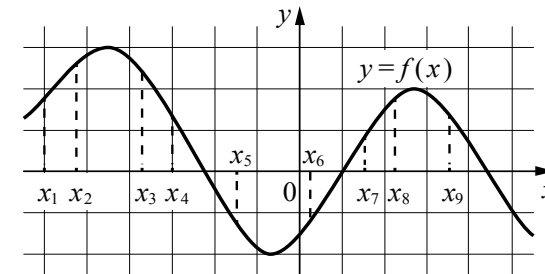


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно отгородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 11 и 12 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ**. Запишите сначала номер выполняемого задания (11 или 12), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

11 а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .

12 Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6.

Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(100-е номера вариантов)

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

## Ответы к заданиям 1–10

| № задания | Ответ  |
|-----------|--------|
| 1         | 23     |
| 2         | 17 400 |
| 3         | 0,2    |
| 4         | 0,36   |
| 5         | 16     |
| 6         | 4213   |
| 7         | 24     |
| 8         | 1700   |
| 9         | 4      |
| 10        | 5      |

## Решения и критерии оценивания заданий 11 и 12

Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий 11 и 12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



- 11** а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .

**Решение.**

а) Преобразуем обе части уравнения:

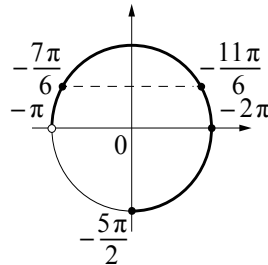
$$1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x; 2\sin^2 x - \sin x = 0; \sin x(2\sin x - 1) = 0,$$

откуда  $\sin x = 0$  или  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

Из уравнения  $\sin x = 0$  находим:  $x = \pi n$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ .

Из уравнения  $\sin x = \frac{1}{2}$  находим:  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$ .

б) С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .



Получаем:  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .

**Ответ:** а)  $\pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$ ;

б)  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .

| Содержание критерия  | Баллы |
|--|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах   | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а,<br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше  | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>   | 2     |

- 12** Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.  
 а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

**Решение.**

а) Пусть точка  $H$  — середина  $AC$ . Тогда

$$BN^2 = BH^2 + NH^2 = (3\sqrt{3})^2 + 6^2 = 63.$$

Вместе с тем

$$BM^2 + MN^2 = (3^2 + 6^2) + (3^2 + 3^2) = 63,$$

а тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник  $BMN$  является прямоугольным с прямым углом  $M$ .

б) Проведём перпендикуляр  $NP$  к прямой  $A_1B_1$ . Тогда  $NP \perp A_1B_1$  и  $NP \perp A_1A$ . Следовательно,  $NP \perp ABB_1$ . Поэтому  $MP$  — проекция  $MN$  на плоскость  $ABB_1$ .

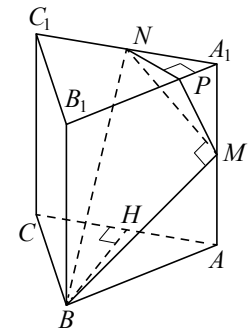
Прямая  $BM$  перпендикулярна  $MN$ , тогда по теореме о трёх перпендикулярах  $BM \perp MP$ . Следовательно, угол  $NMP$  — линейный угол искомого угла.

Длина  $NP$  равна половине высоты треугольника  $A_1B_1C_1$ , то есть  $NP = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

$$\text{Поэтому } \sin \angle NMP = \frac{NP}{MN} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}.$$

Следовательно,  $\angle NMP = \arcsin \sqrt{\frac{3}{8}}$ .

**Ответ:** б)  $\arcsin \sqrt{\frac{3}{8}}$ .



| Содержание критерия   | Баллы |
|---|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б         | 2     |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте б | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                       | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  | 2     |

**Образец экзаменационного материала  
ГВЭ-11 (письменная форма) 2019 года по МАТЕМАТИКЕ  
(200-е номера вариантов)**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из 10 заданий. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)  
2)  
3)  
...  
9)  
10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в работе и черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

*Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 8 недель?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Налог на доходы физических лиц в России составляет 13% заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 20 000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты этого налога?

Ответ: \_\_\_\_\_.

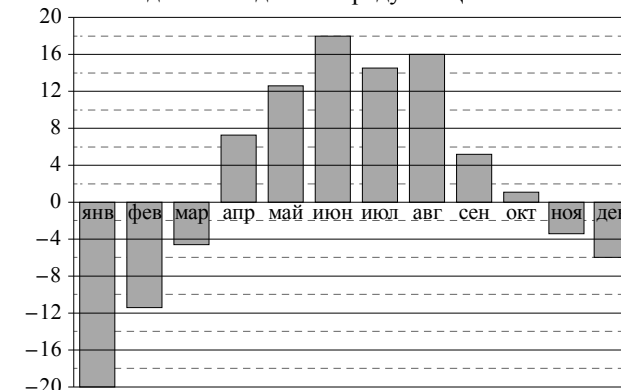
- 3** Найдите корень уравнения  $2 + 9x = 4x + 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Китая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Китая.

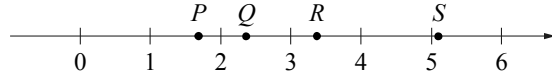
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указаны месяцы; по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 На прямой отмечены точки  $P, Q, R$  и  $S$ .



Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ

$P$

$Q$

$R$

$S$

ЧИСЛА

1)  $\log_2 10$

2)  $\frac{7}{3}$

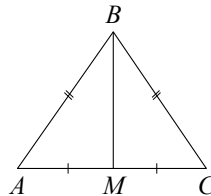
3)  $\sqrt{26}$

4)  $0,6^{-1}$

Ответ:

| $P$ | $Q$ | $R$ | $S$ |
|-----|-----|-----|-----|
|     |     |     |     |

7 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC = 25$ ,  $AC = 14$ .  
Найдите длину медианы  $BM$ .

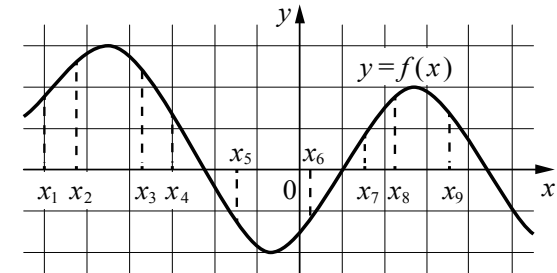


Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно отгородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.



Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(200-е номера вариантов)**

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

**Ответы к заданиям 1–10**

| № задания | Ответ  |
|-----------|--------|
| 1         | 23     |
| 2         | 17 400 |
| 3         | 0,2    |
| 4         | 0,36   |
| 5         | 16     |
| 6         | 4213   |
| 7         | 24     |
| 8         | 1700   |
| 9         | 4      |
| 10        | 5      |

**Образец экзаменационного материала  
ГВЭ-11 (письменная форма) 2019 года по МАТЕМАТИКЕ  
(300-е номера вариантов)**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа включает в себя 12 заданий. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланке ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Часть 1**

*Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр.*

**1** Шоколадка стоит 20 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 210 рублей в воскресенье?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Налог на доходы физических лиц в России составляет 13% заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 20 000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты этого налога?

Ответ: \_\_\_\_\_.

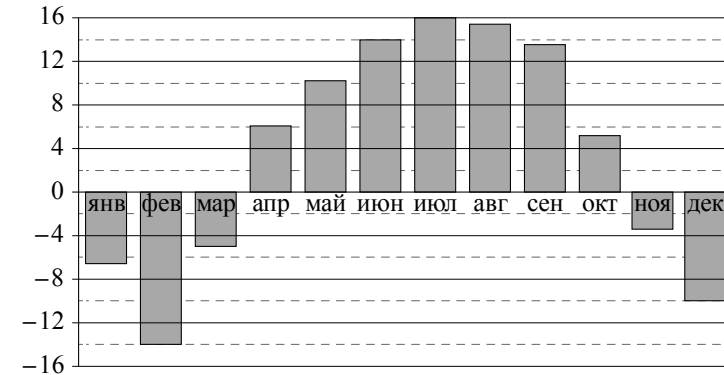
**3** Найдите корень уравнения  $2 + 9x = 4x + 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Китая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Китая.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

|    | ЧИСЛА           | ОТРЕЗКИ     |
|----|-----------------|-------------|
| А) | $\log_5 20$     | 1) $[0; 1]$ |
| Б) | $\frac{29}{13}$ | 2) $[1; 2]$ |
| В) | $\sqrt{10}$     | 3) $[2; 3]$ |
| Г) | $2,3^{-3}$      | 4) $[3; 4]$ |

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий отрезку номер.

Ответ:

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
|   |   |   |   |

**7** Стороны параллелограмма равны 12 и 15. Высота, опущенная на первую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно отгородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Прямая  $y = 5x + 8$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 - 9x - 37$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 11 и 12 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ. Запишите сначала номер выполняемого задания (11 или 12), а затем полное обоснованное решение и ответ.**

- 11 а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .
- 12 В тетраэдре  $ABCD$  ребро  $AD$  имеет длину 7, а все остальные рёбра равны 6.  
 а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны.  
 б) Найдите расстояние между прямыми  $AD$  и  $BC$ .

## Система оценивания экзаменационной работы по математике (300-е номера вариантов)

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

### Ответы к заданиям 1–10

| № задания | Ответ  |
|-----------|--------|
| 1         | 15     |
| 2         | 17 400 |
| 3         | 0,2    |
| 4         | 0,36   |
| 5         | 7      |
| 6         | 2341   |
| 7         | 8      |
| 8         | 1700   |
| 9         | 7      |
| 10        | 5      |

### Решения и критерии оценивания заданий 11 и 12

Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий 11 и 12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

- 11** а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .

**Решение.**

а) Преобразуем обе части уравнения:

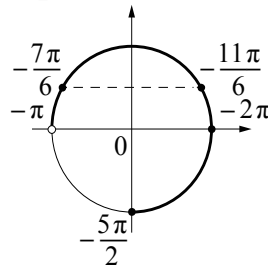
$$1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x; 2\sin^2 x - \sin x = 0; \sin x(2\sin x - 1) = 0,$$

откуда  $\sin x = 0$  или  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

Из уравнения  $\sin x = 0$  находим:  $x = \pi n$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ .

Из уравнения  $\sin x = \frac{1}{2}$  находим:  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$ .

б) С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .



Получаем:  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .

**Ответ:** а)  $\pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б)  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .

| Содержание критерия  | Баллы |
|--|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах   | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а,<br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше  | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>   | 2     |

- 12** В тетраэдре  $ABCD$  ребро  $AD$  имеет длину 7, а все остальные рёбра равны 6.  
 а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны.  
 б) Найдите расстояние между прямыми  $AD$  и  $BC$ .

**Решение.**

а) Пусть  $H$  — середина ребра  $BC$ , тогда медианы  $AH$  и  $DH$  равнобедренных треугольников  $BAC$  и  $BDC$  соответственно перпендикулярны  $BC$ . Значит, плоскость  $AHD$  перпендикулярна прямой  $BC$ , поэтому прямые  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны.

б) Поскольку плоскость  $AHD$  перпендикулярна прямой  $BC$ , расстояние между прямыми  $AD$  и  $BC$  равно высоте треугольника  $AHD$ , опущенной из вершины  $H$ .

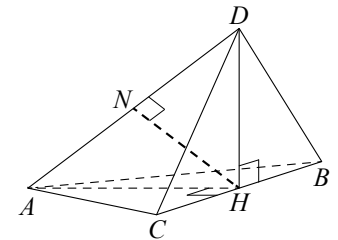
Из равных равнобедренных треугольников  $BAC$  и  $BDC$  находим:

$$DH = AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = 3\sqrt{3}.$$

В равнобедренном треугольнике  $AHD$  высота  $HN$ , проведённая к основанию, равна

$$\sqrt{AH^2 - \frac{AD^2}{4}} = \frac{\sqrt{59}}{2}.$$

**Ответ:** б)  $\frac{\sqrt{59}}{2}$ .



| Содержание критерия   | Баллы |
|---|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б         | 2     |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте б | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                       | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>  | 2     |