

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ      Ответ: -0,8

10	-	0	,	8							
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--

      Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

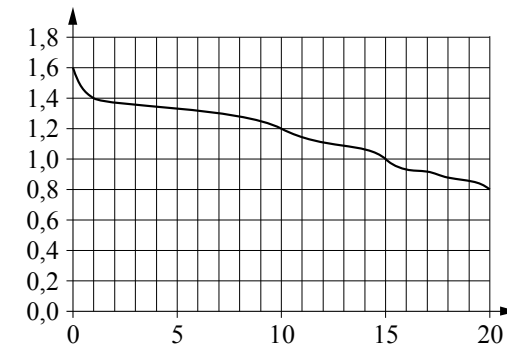
**Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

**Часть 1**

- 1** Система навигации самолёта информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 35 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

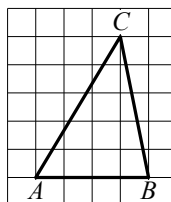
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадёт с 1,4 вольта до 1 вольта.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

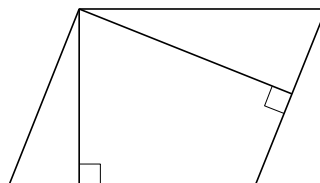
- 4 Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_8(5x + 47) = 3$ .

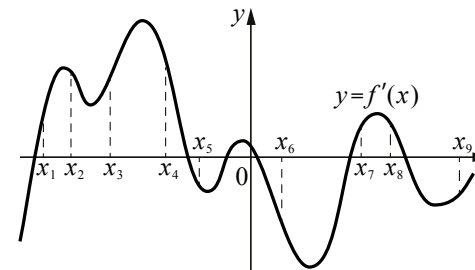
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.



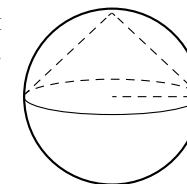
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Конус вписан в шар (см. рисунок). Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 47. Найдите объём шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

## Часть 2

9

Найдите значение выражения  $\frac{(5^{\frac{3}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{3}})^{15}}{35^9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 4500$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  (в км/ч) вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 90 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Первая труба наполняет резервуар на 48 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 45 минут. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = (1 - 2x)\cos x + 2\sin x + 7,$$

принадлежащую промежутку  $(0; \frac{\pi}{2})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13 а) Решите уравнение

$$8^x - 3 \cdot 4^x - 2^x + 3 = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[1,5; 3]$ .

- 14 В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $2\sqrt{2}$ . На рёбрах  $AB$ ,  $A_1B_1$  и  $B_1C_1$  отмечены точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно, причём  $AM = B_1N = C_1K = 2$ .

а) Пусть  $L$  — точка пересечения плоскости  $MNK$  с ребром  $AC$ . Докажите, что  $MNKL$  — квадрат.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $MNK$ .

- 15 Решите неравенство  $(20 - 11x) \cdot \log_{5x-9}(x^2 - 4x + 5) \leq 0$ .

- 16 Точка  $O$  — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ ,  $I$  — центр вписанной в него окружности,  $H$  — точка пересечения высот. Известно, что  $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$ .

а) Докажите, что точка  $H$  лежит на окружности, описанной около треугольника  $BOC$ .

б) Найдите угол  $OHI$ , если  $\angle ABC = 40^\circ$ .

- 17 Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 1 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 10 млн рублей.

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{4-y}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

- 19 Множество чисел назовём *хорошим*, если его можно разбить на два подмножества с одинаковым произведением чисел.

а) Является ли множество  $\{100; 101; 102; \dots; 199\}$  *хорошим*?

б) Является ли множество  $\{2; 4; 8; \dots; 2^{200}\}$  *хорошим*?

в) Сколько *хороших* четырёхэлементных подмножеств у множества

$$\{1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12\}?$$